

EBOB - EKOK KAVRAMI

EBOB (En Büyük Ortak Bölen)

En az biri sıfırdan farklı iki veya daha fazla tam sayının pozitif ortak bölenlerinin en büyüğüne bu sayıların en büyük ortak böleni kısaca "EBOB"u denir. a ve b tam sayılarının en büyük ortak böleni $EBOB(a,b)$ veya $(a,b)_{ebob}$ şeklinde gösterilir.

ÖRNEK

EBOB(80,120) kaçtır?

80	120	2*
40	60	2*
20	30	2*
10	15	2
5	15	3
5	5	5*
1	1	

$$EBOB(80,120) = 2^3 \cdot 5 \\ = 40$$

ÖRNEK

EBOB(36,20,42) kaçtır?

36	20	42	2*
18	10	21	2
9	5	21	3
3	5	7	3
1	5	7	5
	1	7	7
		1	

$$EBOB(36,20,42) = 2$$

EKOK (En Küçük Ortak Kat)

Hepsi sıfırdan farklı iki veya daha fazla tam sayının pozitif ortak katlarının en küçüğüne bu sayıların en küçük ortak katı kısaca "EKOK"u denir. a ve b tam sayılarının en küçük ortak katı $EKOK(a,b)$ veya $(a,b)_{ekok}$ şeklinde gösterilir.

ÖRNEK

EKOK(80,120) kaçtır?

80	120	2
40	60	2
20	30	2
10	15	2
5	15	3
5	5	5
1	1	

$$EKOK(80,120) = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \\ = 240$$

ÖRNEK

EKOK(36,20,42) kaçtır?

36	20	42	2
18	10	21	2
9	5	21	3
3	5	7	3
1	5	7	5
	1	7	7
		1	

$$EKOK(36,20,42) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \\ = 1260$$

EBOB - EKOK Özellikleri

@_matematiknotlarim

! a ve b pozitif tamsayı ve $a < b$ olsun.

$$\star EBOB(a,b) \leq a < b \leq EKOK(a,b)$$

! a ve b pozitif tam sayı olsun.

$$\star EBOB(a,b) \cdot EKOK(a,b) = a \cdot b$$

! a ve b aralarında asal olsun.

$$\star EBOB(a,b) = 1$$

$$\star EKOK(a,b) = a \cdot b$$

! a sayısı b nin tam katı olsun.

$$\star EBOB(a,b) = b$$

$$\star EKOK(a,b) = a$$

! $EBOB(a,b) = c$ ise

$$\left. \begin{array}{l} a = c \cdot x \\ b = c \cdot y \end{array} \right\} \begin{array}{l} x \text{ ile } y \text{ aralarında} \\ \text{asaldır.} \end{array}$$

! a ve b pozitif tam sayı olsun.

$$EBOB(a,b) = EKOK(a,b) \text{ ise } a = b$$

! a,b,c,d sayıları tam sayı olsun ve $b \neq 0 \neq d$ olsun.

$$\star EKOK\left(\frac{a}{b}, \frac{c}{d}\right) = \frac{EKOK(a,c)}{EBOB(b,d)}$$

$$\star EBOB\left(\frac{a}{b}, \frac{c}{d}\right) = \frac{EBOB(ad,bc)}{EKOK(b,d)}$$

! a ile b ardışık çift sayılar olsun.

$$\star EBOB(a,b) = 2$$

$$\star EKOK(a,b) = \frac{a \cdot b}{2}$$

! $EKOK(a,b) = c$ ise

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{c}{x} \\ b = \frac{c}{y} \end{array} \right\} \begin{array}{l} x \text{ ve } y \\ \text{pozitif tam} \\ \text{sayılardır.} \end{array}$$

! a ve b pozitif tam sayı olsun.

$$EBOB(a,b) = 1 \text{ ve}$$

$$a \cdot b = \underbrace{2^x \cdot 3^y \cdot 5^z \cdot 7^t \cdot \dots}_{n \text{ tane}} \text{ ise}$$

2^n tane (a,b) ikilisi vardır.

ÖRNEK

$$A = 2^4 \cdot 3^2$$

$$B = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

ise $EBOB(A,B)$ ve $EKOK(A,B)$ nedir?

$$EBOB(A,B) = 2^2 \cdot 3^2 = 36$$

$$EKOK(A,B) = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 = 720$$

ÖRNEK

a ve b pozitif tam sayılar için

$$a \cdot b = 270$$

$EBOB(a,b) = 1$ koşulunu sağlayan kaç farklı (a,b) ikilisi vardır?

$$a \cdot b = 270 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5$$

üç tane asal çarpanı vardır.

(a,b) ikilisi $2^3 = 8$ tanedir.

ÖRNEK

EBOB'ları 6 ve EKOK'ları 84 olan iki doğal sayının toplamı en az kaçtır?

$$\text{EBOB}(a,b) = 6 \text{ ise}$$

$$a = 6x \quad , \quad b = 6y$$

(x ile y aralarında asal)

$$\text{EBOB}(a,b) \cdot \text{EKOK}(a,b) = a \cdot b$$

$$6 \cdot 84 = 6x \cdot 6y$$

$$6 \cdot 6 \cdot 14 = 6 \cdot 6 \cdot x \cdot y$$

$$14 = x \cdot y$$

$$x = 2 \quad \text{ve} \quad y = 7 \quad \text{olsun.}$$

$$a = 2 \cdot 6 = 12 \quad , \quad b = 7 \cdot 6 = 42$$

Buradan

$$a+b = 12 + 42 = 54 \quad \text{olur.}$$

ÖRNEK

a ve b ardışık çift sayılar olsun.

$$\text{EBOB}(a,b) + \text{EKOK}(a,b) = 114$$

olduğuna göre a+b kaçtır?

$$\text{EBOB}(a,b) + \text{EKOK}(a,b) = 114$$

$\frac{2}{2} \quad \frac{a \cdot b}{2}$

$$2 + \frac{a \cdot b}{2} = 114 \quad \rightarrow \quad \frac{a \cdot b}{2} = 112$$

$$a \cdot b = 224 \quad \rightarrow \quad 14 + 16 = 30$$

14 16

(ardışık çift sayılar olduğundan)

ÖRNEK

$$\text{EKOK}(a,48) = 144$$

$$\text{EBOB}(a,48) = 24$$

olduğuna göre a kaçtır?

$$a \cdot 48 = 24 \cdot 144^3$$

$$a = 24 \cdot 3 = 72$$

ÖRNEK

A, B ve C zilleri sırasıyla 10, 15, 25 dakikada bir çalmaktadır.

İlk kez saat 16.00 da birlikte çaldıklarına göre 3. kez birlikte saat kaçta çalarlar?

Zillerin birlikte çalma süreleri hem 10 hem 15 hem de 25 in katı olmalıdır.

x dakika bir birlikte çalsınlar.

$\text{EKOK}(10,15,25) = x = 150$ dk olarak bulunur.

İlk kez 16.00 da birlikte çaldıklarına göre 3. kez için 2 defa 150 dakika geçmelidir.

Buradan

$$2 \cdot 150 = 300 \text{ dakika}$$
$$= 5 \text{ saat}$$

bulunur. O halde 3. kez birlikte 16.00 + 05.00 = 21.00 de çalarlar.

ÖRNEK

Üç farklı lamba sırasıyla $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{4}$ dakika aralıklarla yanmaktadır. İlk kez üçü 09.00 da yandığına göre, bundan sonra ilk defa saat kaçta birlikte yanarlar?

$$\text{EKOK} \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{4} \right) = x$$

olduğundan

$$\frac{\text{EKOK}(1,2,3)}{\text{EBOB}(3,5,4)} = \frac{6}{1} = 6 \text{ dk}$$

O halde 6 dakikada bir birlikte yanarlar. İlk kez 09.00 da birlikte yandıklarına göre, bundan sonra $09.00 + 00.06 = 09.06$ da birlikte yanarlar.

ÖRNEK

159, 124 ve 185 sayılarını böldüğünde sırasıyla 3, 4, 5 kalanını veren en büyük doğal sayı kaçtır?

$$\begin{cases} 159 = x.a + 3 & 156 = x.a \\ 124 = x.b + 4 & 120 = x.b \\ 185 = x.c + 5 & 180 = x.c \end{cases}$$

O halde $x = \text{EBOB}(156,120,180)$ olur. Buradan $x = 12$ bulunur.

ÖRNEK

45 kg çekirdek, 90 kg fındık ve 63 kg leblebi birbiriyle karışmayacak ve hiç artmayacak şekilde eşit ağırlıkta küçük paketlere ayrılacaktır.

Buna göre, en az kaç paket gerekir?

Bütünden parçaya olduğu için EBOB sorusudur.

Paketin ağırlığı x ise

$$\text{EBOB}(45,90,63) = 9$$

olduğundan paket sayısı

$$\frac{45 + 90 + 63}{9} = 22 \text{ tanedir.}$$

ÖRNEK

Boyutları 10 cm ve 15 cm olan dikdörtgen fayanslarla en küçük kenarlı bir kare elde edilecektir. Bu iş için kaç fayans gereklidir?

Karenin bir kenarı hem 10 un hem de 15 in katı olmalıdır.

O halde

$$\text{EKOK}(10,15) = 30 \text{ cm}$$

bulunur. Buradan da

$$\frac{\text{Büyük alan}}{\text{Küçük alan}} = \frac{30 \cdot 30}{10 \cdot 15} = \frac{900}{150} = 6$$

tane olduğu elde edilir.

küçükten büyüğe gidiliyorsa EKOK



büyükten küçüğe gidiliyorsa EBOB

